

**@ctief Leren**  
**Het vak numerieke wiskunde 1999-2000**  
**2KBir (H014)**

*A. Bultheel*

Werkrapport @L 06, juli 2000



**Katholieke Universiteit Leuven**  
**Department of Computer Science**  
Celestijnenlaan 200A – B-3001 Heverlee (Belgium)

# ©ctief Leren

## Het vak numerieke wiskunde 1999-2000

### 2KBir (H014)

*A. Bultheel*

Werkrapport ©L 06, juli 2000

Department of Computer Science, K.U.Leuven

#### **Abstract**

Dit verslag ten behoeve van de FTW geeft enkele bevindingen weer in verband met de cursus numerieke wiskunde. Deze werden opgedaan tijdens het academiejaar 1999-2000 waar in het kader van het OOI project VISNUE OOI99/03 (co-promotor Marc Van Barel), gestart in september 1999, begonnen werd met een onderwijsvorm die aanleunt bij het principe van begeleide zelfstudie.

Tevens wordt getoetst in hoeverre de doelstellingen en bereikte resultaten in overeenstemming zijn met de richtlijnen opgesomd in het verslag van de commissie “Wiskunde in de kandidaturen” (mei-juni 2000).

Een syllabus wordt voorgesteld.

# Het vak numerieke wiskunde 1999-2000 2KBir (H014)

A. Bultheel

4 juli 2000

## 1 Aanpassingen ivm de cursus in 1999-2000

We beperken ons in dit verslag enkel tot datgene wat betrekking heeft op de 2KBir.

1. Er zijn webpagina's aangemaakt.  
Op deze pagina's kan men links vinden naar
  - (a) Een *vragentrommel*. Vragen kunnen gesteld worden over elk van de hoofdstukken uit de cursus en over de oefeningen.
  - (b) Een *newsgroup* die is aangemaakt via de gewone kanalen waarmee (interne) nieuwsgroepen via het Ludit worden gemaakt en onderhouden.
  - (c) Een speciale link met de planning, voorbereidende tekst en feedback over de normale *oefenzittingen* van het vak.
  - (d) Technische info in verband met *software* en ICT.
  - (e) Algemene (externe) links i.v.m. numerieke wiskunde.
  - (f) Een reeks van *illustraties*. Dit zijn voorbeelden, sommige met een ingenieursachtergrond, waar de numerieke technieken die in de cursus staan worden toegepast. Op het web worden deze illustraties aangeboden door een korte beschrijving (in html). Ze zijn gestoffeerd door het aanbieden van matlab code, maple code en/of java applets. Met deze programma's kan door de studenten geëxperimenteerd worden. De programma's gaan ook gepaard met een reeks vragen (soms met een open antwoord) die de student moet trachten te beantwoorden.
2. De *lessen* bestaan in hoofdzaak uit demonstraties van dit soort illustraties en toepassingen om aldus begrippen en technieken aan te brengen. De theorie wordt slechts kort aangehaald in de les en moet door zelfstudie aangeleerd worden met behulp van de cursustekst.
3. Het *examen* bestond uit een open boek gedeelte waarbij men alles mag gebruiken. Het soort vragen lijkt op wat er als vragen bij de illustraties op het web wordt aangeboden. Aldus wordt het "dagelijks werk" geëvalueerd. Een ander gedeelte van het examen is gesloten boek en betreft meer klassieke examenvragen die theorie en oefeningen ondervragen die kunnen geblokt worden door op korte termijn de cursus te studeren en zonder ooit zelf met de aangeboden software te experimenteren.

## 2 Bevindingen

We kwamen daarbij tot de volgende vaststellingen:

1. De *vragentrommel* wordt goed gebruikt, maar uit de frequentie van de vraagstellingen valt op te maken dat men pas het vak begint te blokken rond de paasvakantie. Een piek valt tijdens de klassieke blok periode. Het examengebeuren is dus nog steeds een kwestie van blokken en niet van evaluatie van werk tijdens het jaar. Men stoomt zich nog steeds klaar voor een examen. Het feit dat de lessen stoppen in maart en er maar examen is in juni is geen stimulans voor het bijhouden van het vak.
2. De *lessen* worden in het begin druk bijgewoond, maar de belangstelling verzwakt na een tijdje beduidend. Argumenten daarbij zijn dat men de stof toch niet kan bijhouden en dus toch niet kan volgen in de les. Het gevolg is dat veel van wat in de les gezegd is

achteraf (tijdens de blok) terugkomt als vraag in de vragentrommel. De docent geeft de les eigenlijk 2 keer: 1 keer in levende lijve en 1 keer virtueel via de vragentrommel.

*Mogelijke opvang:*

- (a) Er zou een vorm van permanente evaluatie moeten zijn. We werken daarom aan een soort automatisch ondervragingssysteem. Men zou op één of andere manier de student moeten verplichten op regelmatige tijdstippen om bij te benen.
  - (b) We kunnen regelmatig vraagsessies inrichten waarin over een deel van de stof vragen kunnen gesteld worden. Vragen die later gesteld worden zullen niet of slechts met vertraging beantwoord worden.
  - (c) Tot bepaalde tijdstippen kunnen we toelaten dat de studenten zelf voorstellen voor examenvragen indienen. De goedgekeurde vragen worden publiek gemaakt en op het examen komt bv. één vraag op vier (of meer als de lijst lang genoeg is) uit deze lijst.
3. De *nieuwsgroep* is nagenoeg niet gebruikt, zelfs niet na meerdere hints in die richting. Wel schijnen er op kot, geschaard “rond iemand met een PC” mondelinge discussie te ontstaan over oefeningen op het net.

*Mogelijke opvang:*

- (a) De nieuwsgroep is vooralsnog geen prioriteit. Het gebruiken van discussiegroepen om iets bij te leren is nieuw en vraagt een hele mentaliteitsverandering en dit vergt tijd.
  - (b) Vragen van studenten zijn duidelijk gericht in de zin van “wat moet ik antwoorden op het examen op deze concrete vraag”. Zij willen geen vak leren maar de antwoorden op de examenvragen kennen.
  - (c) Men moet herhaald en veelvuldig uitleggen en verklaren en toelichten van wat men eigenlijk van de student verwacht.
  - (d) Een traditie van het soort examen zal de attitude kunnen veranderen. Vragen op het examen kunnen ook open vragen zijn of vragen waarop geen eenduidig antwoord moet gegeven worden.
4. De *toepassingen en de illustraties* zijn gekozen uit de fysica en behandelen problemen als convectie-diffusie, warmtevergelijking, transportvergelijking, Laplacevergelijking, de gedempte slinger. Momenteel wordt aan een voorbeeld van de Schrödingervergelijking gewerkt.

*Commentaar:*

- (a) Dit wordt over het algemeen als interessant aanvaard: het tilt de numerieke wiskunde uit boven het academische en geeft het nut aan voor toepassingen, en legt de link met andere vakken.
- (b) Het verklaren van de fysische achtergrond vraagt echter relatief veel tijd, of als men het kort houdt, dan loopt de student wat verloren en weet hij niet waarover men het heeft.
- (c) M.i. is dit een belangrijk element: integratie tussen verschillende cursussen. Dit is daadwerkelijke integratie en geen kunstmatig samenvoegen door de “maximum-10-examens”-regel. Het werkt bovendien tijdbesparend voor de docent (omdat de fysische achtergrond niet in een les numerieke moet uitgelegd worden) en voor de student (omdat voor hem het begrijpen van de fysische achtergrond niet verloren is). Voorbeelden uit andere vakken zouden zeer welkom zijn! Een grote voorraad aan toepassingen zou ook toelaten de stof wat te variëren van jaar tot jaar waardoor het verspreiden van “opgeloste oefeningen” en “prefab antwoorden” wat zou

getemperd worden. Als bijvoorbeeld in vakken X, Y en Z verwezen wordt naar numerieke problemen, kan de les numerieke bv. gestuurd worden door de studenten doordat op aanvraag van de studenten op sommige technische voorbeelden dieper wordt ingegaan (en wegens tijdgebrek dan op andere voorbeelden niet).

5. Het *examen* is als boven beschreven. Er was een grote onzekerheid over het open boek gedeelte. De te leren materie komt onduidelijk over: enerzijds de cursus (gesloten boek) en anderzijds de web-pagina's (open boek). Doordat elke student 2 keer ondervraagd wordt (gesloten en open boek) duurt het examen te lang. Het gesloten boek gedeelte kende men even goed als vroeger. Het open boek gedeelte is nieuw en moeilijk te vergelijken. Over het algemeen was dit goed (niet beter of slechter dan het gesloten boek deel).

*Mogelijke opvang:*

- (a) De 2 bestanddelen zouden moeten geïntegreerd worden. We denken aan een aantal pakketjes waarbij theorie en toepassingen een geheel vormen.
- (b) Het "theoretisch" deel van de cursustekst zal moeten aangepast worden zodat dit ook grotendeels uit een beperkt aantal werksessies kan bestaan (afleiden van een formule, opstellen van een algoritme,..., wat nu als oefeningen in de cursus staat).
- (c) Numerieke voorbeelden, algoritmen, enz. worden opgevangen door de zelf uit te rekenen voorbeelden, met behulp van de matlab of maple code. Die worden niet meer afgedrukt, maar moet men leren door te doen. Daardoor kan het "theoretisch deel" van de cursus tot de helft herleid worden.
- (d) Het examen zou dan geheel open boek zijn.

### 3 Reflecties bij het verslag van de commissie Wiskunde in de kandidaturen

Persoonlijke bedenkingen bij de criteria die in het verslag zijn opgesomd

1. Technische voorbeelden ja, maar dit vraagt veel tijd/bladzijden die niet veel met het specifieke wiskundevak te maken heeft, daarom zoveel mogelijk uitwisseling van voorbeelden met andere vakken. Daar moet de nodige technische uitleg dan maar gegeven worden. Die vakken kunnen er ook alleen maar wel bij varen indien zij nauwer aanleunen bij de wiskundevakken. Belangrijk is dat de technische achtergrond ook in het technische vak examenstof is. Het kan moeilijk examenstof zijn in het vak wiskunde, en indien het niet moet gekend zijn wordt het enkel als ballast beschouwd.
2. Technische motivatie: ja, maar nogmaals, als men een Bessel functie wil invoeren in de wiskunde moet men geen 50 minuten spenderen aan technische specificaties om de laatste 10 minuten te zeggen dat de wiskunde daar nu een Besselfunctie oplevert, maar dat helaas de tijd ontbreekt om daar dieper op in te gaan. Dan geeft men geen wiskunde meer!
3. Bewijzen weg indien mogelijk. Goed maar toch moet hier ook niet te veel over boord gegooid worden. We krijgen studenten die nooit van een bewijs door volledige inductie gehoord hebben, die niet weten dat ze iets kunnen bewijzen door een tegenvoorbeeld of een bewijs uit het ongerijmde kennen. Bovendien moet begeleide zelfstudie "de student inwijden in de technieken en methoden van het onderzoek eigen aan het vak". Iemand die alleen maar naar de toepassingen kijkt en niet op de fundamenten ingaat zal niet meer in staat zijn om een wetenschappelijk artikel te lezen dat op niveau staat. Veel

ingenieurs die het zouden willen gebruiken hebben moeite om wavelet artikels te lezen omdat er te veel wiskunde in zit. Geen papegaaien-werk op het examen is een open deur intrappen, want dat gebeurt niet.

4. Alles schrappen wat niet vanuit de toepassingen kan gemotiveerd worden. Met de nodige korrels zout te nemen, want wat men praktisch gebruikt in toepassingen is meestal veel ingewikkelder dan wat men in een kandidatuurscursus kan zien. Men kan niet aan een gebouw beginnen zonder eerst de fundamenten te leggen.
5. Generisch karakter is natuurlijk belangrijk, maar in de wiskunde kan men nu eenmaal algemenere dingen eenvoudiger uitleggen: In een vectorruimte (van om het even welke dimensie) is een projectie een heel eenvoudig begrip. De formules voor lineaire regressie zijn echter relatief ingewikkeld. Door iets te veralgemenen kan men het soms eenvoudiger maken. Bovendien wekt een overdreven vereenvoudiging uit nuttigheidsverwegingen (bv. enkel het lineaire geval) de indruk dat in de realiteit alles zo eenvoudig is (dat er bv. alleen lineaire systemen zijn).
6. Integrale aanpak. Ik heb mijn vragen of dit haalbaar is. Enkel als men naar project-gebaseerd onderwijs gaat.
7. Wat jonge mensen aanspreekt is niet altijd wat ze op kandidatuurniveau kunnen bevatten. Het gebruik van compressietechnieken, van singuliere waarden voor internet-zoekroboten e.d.m. is wel interessant maar zijn bijna elk een project op zich omdat er veel aspecten en vakken bij komen kijken.
8. De grafische voorstelling is een zeer goed hulpmiddel en dat moet elke ingenieur terdege kunnen hanteren.
9. Gebruik van maple en matlab. Aanleren van alle finesses is niet nodig. Een korte (verplichte) inleiding voor iedereen is nodig en voldoende. Het gebruik moet spelenderwijs komen doordat het in de verschillende vakken gebruikt wordt.
10. Begeleide zelfstudie vanaf 2de kan. Kan (in beperkte mate) ook in de eerste kan.
11. Het soort vragen op het examen is (en zal dat ook blijven zijn) bepalend voor het studeergedrag van de studenten. Meer vragen waarvan het antwoord “niet voor de hand ligt” of “niet op bladzijde x in de cursus staat” of zelfs “niet eenduidig bepaald is” kunnen een aangepast studeergedrag bevorderen.
12. Een website is geen must, maar aan te raden. Hou er rekening mee dat nog niet elke student een computer heeft, en zeker niet dat die dan ook altijd on-line is.
13. Juiste motivatie alleen is niet voldoende. Ze moeten ook de tijd krijgen om het allemaal gedaan te krijgen.
14. Het is niet alleen belangrijk een horizontale integratie tussen de vakken van hetzelfde jaar na te streven, maar ook een verticale integratie naar vakken van de technische jaren is belangrijk, en via die weg zelfs naar het latere beroepsleven. Probleem: zal men in de kandidaturen ook verwachten dat men op het examen kan meepraten over wat men later in de technische jaren zal zien. Als men het niet voor het examen moet kennen, dan kan men het evengoed achterwege laten.

## 4 Referenties

1. A. Haegemans, J. De Schutter, B. De Moor. Verslag commissie wiskunde in de kandidaturen, FTW, K.U.Leuven, mei-juni 2000.
2. A. Bultheel, M. Van Barel. Project VISNUE. Tussentijds verslag juni 2000, Werkrapport @L05, Onderzoeksgroep NALAG, K.U.Leuven, juni 2000.
3. <http://www.cs.kuleuven.ac.be/~ade/WWW/NW/> webstek van het vak H014.

## 5 Syllabus numerieke wiskunde

### 5.1 Doelstellingen

Een eerste kennismaking met de basismethoden en de terminologie uit de numerieke wiskunde. Er wordt bijzondere aandacht besteed aan begrippen conditie, stabiliteit en afrondingsfouten. Het belang van de elementaire technieken wordt aangetoond door ze in te passen in grotere problemen met ingenieurstoepassingen. Door praktische illustratie en ervaring met uitvoerbare code wordt inzicht in de aangeleerde begrippen bijgebracht. Het is een basis cursus voor meer gevorderde zuivere of toegepaste numerieke vakken, maar kan ook een aanzet zijn om een oordeelkundige keuze te maken in bestaande numerieke software.

### 5.2 Kennis (inhoudsopgave)

Dit is de huidige toestand. Voor enkele hoofdstukken zoek ik nog toepassingen.

1. Wat is numerieke wiskunde?  
*toepassing:* De transportvergelijking
2. Fouten in de computer (ontstaan, voortplanting, stabiliteit, conditie)  
*toepassing:* uitrekenen van recursiebetrekkingen
3. Stelsels lineaire vergelijkingen (Gauss, Crout)  
*toepassing:* de warmtevergelijking
4. Veelterm-interpolatie (Lagrange, Newton)  
*toepassing:* predictie van tijdreeksen
5. Numerieke differentiatie  
*toepassing:* zie voorbeelden differentiaalvergelijkingen
6. Numerieke integratie  
*toepassing:* een automatische integrator
7. Gewone differentiaalvergelijkingen  
*toepassing:* de gedempte slinger
8. Oplossen niet-lineaire vergelijkingen
9. Stelsels niet-lineaire vergelijkingen
10. Stelsels lineaire vergelijkingen  
*toepassing:* de vergelijking van Laplace
11. Veeltermvergelijkingen
12. Eigenwaarden  
*toepassing:* de Schrödingervergelijking
13. Optimalisatie in n variabele
14. Optimalisatie in meer variabelen.

### 5.3 Vaardigheden

Naast de algemene verwachte vaardigheden in een ingenieursopleiding en in de kandidaturen ingenieur in het bijzonder wordt verwacht dat de student zich volgende vaardigheden eigen maakt

1. Kunnen interpreteren van numerieke resultaten.
2. Een slecht gesteld probleem kunnen herkennen.
3. Oog hebben voor efficiëntie en stabiliteit van een numerieke methode.
4. Inschatten van de kracht en beperkingen van elementaire numerieke technieken.

5. Een numeriek deelprobleem in een groter geheel kunnen herkennen.
6. Kunnen hanteren van numerieke terminologie.
7. Probleemoplossend denken.
8. Creatieve oplossingen bedenken voor problemen die niet analytisch oplosbaar zijn.
9. Hoogwaardige numerieke software kunnen opsporen.
10. Een selectie maken tussen de verschillende numerieke basismethoden.
11. Eenvoudige matlab code kunnen lezen en kleine aanpassingen maken.

## **5.4 Attitudes**

Naast de algemene verwachte attitudes in een ingenieursopleiding en in de kandidaturen ingenieur in het bijzonder wordt verwacht dat de student volgende attitudes aankweekt

1. Kritisch staan ten opzichte van resultaten berekend door een computer
2. Numeriek berekende oplossing als een waardig alternatief zien voor analytisch berekende oplossingen.
3. Aandacht voor robuustheid van software.